
ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2026. május 5.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2026. május 5. 9:00

Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. **a)** Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \le (x-2)^2 \\ 2x^2 - 9x - 18 \ge 0 \end{cases}$$

b) A piacon 1 kg alma és 1 kg mandarin ára összesen 14 peták. Döme 1 kg-mal több almát vásárolt, mint mandarint. Az almáért 21, a mandarinért 20 petákot fizetett. Hány kg almát vásárolt Döme, és hány petákba került 1 kg alma?

a)	6 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	14 pont	

2. A stroncium egy ezüstös fém, amelynek a természetben előforduló változata nem radioaktív. A stroncium leggyakoribb, mesterségesen előállított radioaktív változata a 90-es tömegszámú *stroncium-90* (^{90}Sr), amelyet például a gyógyászatban és az iparban használnak.
A stroncium-90 felezési ideje körülbelül 29 év, tehát az m gramm tömegű stroncium-90 tömege (a radioaktív bomlás következtében) 29 év alatt $\frac{m}{2}$ grammra, t év alatt pedig $f(t) = m \cdot 0,5^{\frac{t}{29}}$ grammra csökken.

a) Egy 1957-es nukleáris kísérlet során a becslések szerint 32 gramm stroncium-90 jutott a környezetbe. 2026-ban hány gramm található meg még ebből a környezetben?

b) Hány százalékkal csökken évente a bomlás következtében a stroncium-90 tömege?

c) Melyik évben kerülhetett 50 gramm stroncium-90 a környezetbe, ha 2026-ban 33,3 gramm maradt belőle?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	11 pont	

3. Legyen *H* a 300-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

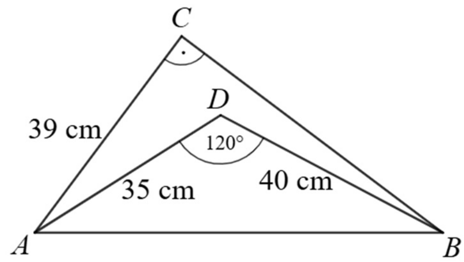
a) Hány olyan eleme van a *H* halmaznak, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel?

b) Hány olyan háromelemű részhalmaza van a *H* halmaznak, amelyben a három elem szorzata 2-vel osztható, de 4-gyel nem?

c) Hány olyan 299 elemű részhalmaza van a *H* halmaznak, amelyben az elemek összege páros?

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

4. Az ábrán látható ABC derékszögű háromszög egy belső D pontjából az AB átfogó 120°-os szög alatt látszik. $AD = 35$ cm, $BD = 40$ cm és $AC = 39$ cm hosszú.



a) Igazolja, hogy az AB átfogó hossza 65 cm!

b) Határozza meg az $ADBC$ konkáv négyszög területét!

A húrnégyszögek területe kiszámítható a $T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ képlettel, ahol a, b, c és d a négyszög oldalainak a hosszát jelöli, s pedig a négyszög kerületének a fele. Vannak olyan négyszögek, amelyek érintőnégyszögek és húrnégyszögek is egyben. Ezeket *bicentrikus négyszögnek* nevezzük.

c) Igazolja (a húrnégyszögek területképletének felhasználásával), hogy a bicentrikus négyszögek területe kiszámítható a $T = \sqrt{abcd}$ képlettel!

Az $EFGH$ bicentrikus négyszög három ismert oldalának hossza $EF = 21$ cm, $FG = 56$ cm és $GH = 42$ cm.

d) Határozza meg a négyszög területét!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
d)	2 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy számtani sorozat differenciája 6.

a) Igazolja, hogy ekkor a sorozat bármely három egymást követő tagjának a szórása $2\sqrt{6}$.

Egy számtani sorozat első tagja 2, differenciája –0,2. Az első *n* tag összegének abszolútértéke éppen *n*.

b) Határozza meg *n* lehetséges értékeit!

Két pozitív szám számtani közepe 5, a harmonikus középük pedig 4,8.

c) Határozza meg a két szám négyzetes közepét!

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. A G halmaz a kilencpontú, összefüggő, egyszerű gráfok halmaza. A következő állítás a G elemeire vonatkozik: *Ha egy (kilencpontú, összefüggő, egyszerű) gráfban minden pont fokszáma legalább 2, akkor a gráfban van kör.*

a) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását a G elemeire vonatkozóan, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

Egy iskolai tollaslabda-bajnokságban 9 versenyző indult, köztük Balázs és Attila. A bajnokságban – valamikor a tanév során – bármely két versenyző pontosan egyszer játszik egymás ellen. Január végéig 23 mérkőzésre került sor.

c) Lehetséges-e, hogy Balázs és Attila január végéig még csak az egymás elleni mérkőzésüket játszották le?

A 9 versenyző közül hárman balkezesek. A bajnokság összes mérkőzése közül véletlenszerűen kiválasztunk 23-at.

d) Igaz-e, hogy $\frac{1}{30}$-nál kisebb annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott 23 mérkőzés között nincs olyan, amelyen két balkezes játszik egymás ellen?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. **a)** Adja meg az alábbi függvények közül azoknak a betűjelét, amelyek konkávok a $]-\infty; 7[$ intervallumon! Válaszát **itt** nem kell indokolnia.

A) $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto 7 - x^2$

B) $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto x^3 - 7$

C) $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto \left(\frac{1}{7}\right)^x$

D) $\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto (x-7)^3$

E) $\mathbf{R} \setminus \{7\} \to \mathbf{R},\ x \mapsto \frac{1}{x-7}$

Egy síkidomot az $y = x^2$ egyenletű parabola, az x tengely, valamint az $x = 1$ és az $x = 7$ egyenletű egyenesek határolnak.

b) Határozza meg annak az y tengellyel párhuzamos egyenesnek az egyenletét, amelyik a síkidom területét felezi!

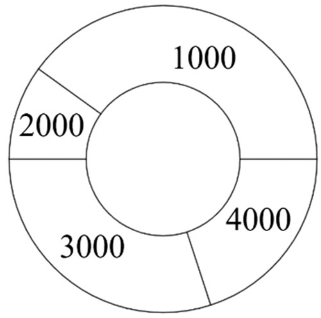
A valós számok halmazán értelmezett $g(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ harmadfokú függvénynek $x = 1$-ben és $x = 7$-ben lokális szélsőértéke van, lokális maximumának értéke pedig 6.

c) Határozza meg a b, c és d paraméterek értékét!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Az ábrán látható körgyűrű alakú szerencsekerék egyszeri megforgatásával 1000, 2000, 3000 vagy 4000 Ft-ot lehet nyerni. A szerencsekerék külső átmérőjének hossza 1 méter, a körgyűrű 20 cm széles.



a) Mekkora a 2000 Ft-os nyereményt tartalmazó, 36°-os középponti szögű körgyűrűcikk területe?

Az alábbi táblázat mutatja az egyes nyeremények valószínűségét egy forgatás esetén.

Nyeremény (Ft)	1000	2000	3000	4000
Valószínűség	0,4	0,1	0,3	0,2

b) Határozza meg a nyeremény várható értékét egy forgatás esetén!

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három forgatással pontosan 6000 Ft-ot nyer a játékos? (Az egyes forgatások kimenetelei függetlenek egymástól.)

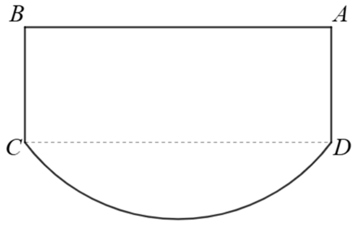
Egy forgatáshoz a játékosnak 2500 Ft-ot kell befizetnie. Egy játékot *igazságosnak* nevezünk, ha a befizetett összeg megegyezik a nyeremény várható értékével.

d) Hogyan kell módosítani az 1000 és a 2000 Ft-os nyereményösszegekhez tartozó valószínűségeket úgy, hogy ez a játék *igazságos* legyen? (A másik két nyereményhez tartozó valószínűség ne változzon.)

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	6 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. A bal oldali ábrán látható akvárium alaplapja a jobb oldali vázlatos ábrán látható síkidom. Az alaplap az $ABCD$ téglalapból és a téglalap CD élére illeszkedő körszeletből áll. A téglalap oldalai $AB = 80$ cm és $BC = 30$ cm hosszúak. A körszelet körívének középpontja az AB szakasz felezőpontja. Az akvárium 35 cm magas. (Az akváriumot alkotó test bármely, az alaplappal párhuzamos síkmetszete egybevágó az alaplappal. Az akvárium oldalélei merőlegesek az alaplapra.)



a) Határozza meg az akvárium térfogatát! Válaszát literben, egészre kerekítve adja meg!

Egy felül nyitott téglatest magassága 35 cm, a térfogata 126 000 cm^3.

b) Mekkorának válasszuk a téglatest alaplapjának az éleit, hogy a felszíne (az alaplap és a négy oldallap területének összege) minimális legyen?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám			
		maximális	elért	maximális	elért
I. rész	1.	14		**51**	
	2.	11			
	3.	12			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

---

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző